

FORMACIÓN DE CARTERA DE BONOS EN EL MERCADO ARGENTINO

Alejandro Ramón BARTOLOMEO
Titular de Cálculo y Matemática Financiera
Titular de Inversiones Financieras
Gustavo Raúl MACHÍN URBAY
JTP de Cálculo y Matemática Financiera
Auxiliar de Primera de Inversiones Financieras
María Verónica SEGURA
JTP de Cálculo y Matemática Financiera
JTP de Cálculo I

1. INTRODUCCIÓN

El tema de la administración de cartera de bonos ofrece una serie de interrogantes que siempre es un desafío responder. Lograr la eficiencia en este tipo de inversiones, obteniendo los mejores resultados posibles y que estos no sean medidos en términos de rentabilidad solamente, exige un análisis basado en diferentes criterios que resulta interesante y muchas veces implica un desafío.

El objetivo del presente trabajo es comenzar a explorar los criterios en base a los cuales podrían tomarse mejores decisiones respecto de la formación de carteras de bonos. También subrayar qué criterios prevalecen y cuáles son redundantes o directamente desechables.

Como punto de partida se pretende analizar y definir los conceptos primordiales para la inversión en bonos (Duración, Duración Modificada, Convexidad e Inmunización). Sentadas las bases conceptuales, se procederá a aplicarlos a la formación de carteras de bonos en el mercado argentino en la actualidad.

2. CONCEPTO DE BONO

Los bonos representan unidades de un empréstito a mediano o largo plazo. El emisor debe pagar a los tenedores (acreedores) el interés estipulado y cancelar el capital en la forma y plazo pactados, es decir, el tenedor del bono sabe cuánto va a cobrar y en qué períodos. Por lo tanto, los bonos son activos financieros que se caracterizan por tener un flujo futuro de amortización y renta conocido al momento de adquirirlo, de acuerdo a sus condiciones de emisión. Se los denomina de renta fija porque tienen un cronograma de pagos predefinido más allá de que el interés asociado al pago principal pueda ser fijo o variable.

Como se mencionó anteriormente, el titular de un bono (inversor) es un acreedor para el emisor. No obstante, dicha titularidad puede cambiar a través de la negociación en los mercados de capitales, y así otorgar liquidez a la inversión. Quien suscribe un bono en la colocación primaria no tendrá que esperar hasta el vencimiento para cobrarlo, podrá venderlo antes al precio de mercado (cotización) vigente.

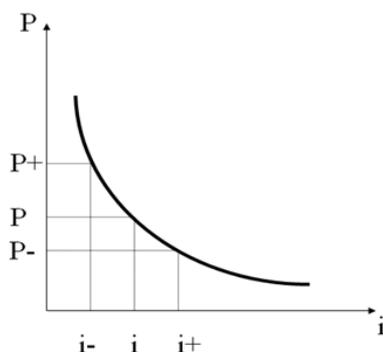
Estos instrumentos son emitidos para captar fondos directamente del público inversor. Los principales emisores de bonos son: el Estado nacional (bonos soberanos), las provincias, municipios y las empresas privadas o públicas. En Argentina el mayor emisor de este tipo de instrumentos financieros es el Estado Nacional, que ha generado una amplia variedad de instrumentos con características particulares en cuanto a las condiciones de emisión.

3. LA ADMINISTRACIÓN DE UNA CARTERA DE BONOS

La administración de una cartera de bonos se puede clasificar en activa y pasiva. La administración activa se basa en el supuesto de que los mercados son ineficientes y existen posibilidades de ganarle e identificar bonos mal valuados. Por otro lado, la administración pasiva de una cartera de bonos se basa en el supuesto contrario de que los bonos están bien valuados y no es posible anticiparse al mercado, es decir, predecir la tasa de interés. La administración pasiva da lugar al concepto de Inmunización de una cartera de bonos, el cual surge de la necesidad de diseñar carteras que protejan al inversor del riesgo de cambio de precio (o cambio de la tasa de interés).

Dado que el precio de un bono puede modificarse durante su vida se modificará su tasa de interés. Si el precio de mercado de un bono (P) aumenta, entonces su tasa (i) debe disminuir y viceversa. De hecho ante variaciones iguales en la tasa (positivas o negativas) corresponden variaciones distintas en los precios correspondientes. La relación no es lineal, sino que es convexa.

Gráfico N° 1: Relación Tasa - Precio: Convexidad
¿Cómo cambia el precio del bono en función de la tasa?



Un bono es convexo porque su precio reacciona en forma no proporcional ante cambios simétricos en la tasa. Una baja en la tasa genera una suba de precio proporcionalmente mayor y una suba en la tasa de igual cuantía en valor absoluto genera una baja de precio proporcionalmente menor. Por lo tanto, si cae la tasa el precio en valor absoluto aumenta más que lo que disminuiría si sube la tasa. El precio de un bono es el valor actual de su flujo futuro de fondos. Ese valor presente utiliza factores de actualización, que son los responsables de la mencionada no proporcionalidad entre tasa y precio.

Antes de avanzar sobre la técnica de administración de cartera de bonos conocida como Inmunización será necesario desarrollar los conceptos y origen matemático de: Duración y Convexidad.

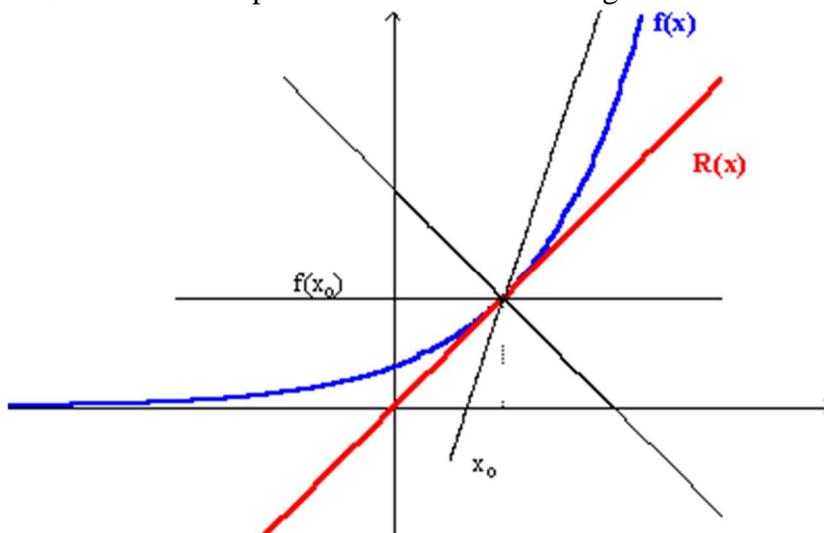
4. LOS CONCEPTOS DE DURACIÓN, DURACIÓN MODIFICADA Y CONVEXIDAD. ORIGEN Y FUNDAMENTO MATEMÁTICO

En el Análisis Matemático los polinomios son las funciones continuas más simples para estudiar, porque sus valores se pueden calcular efectuando multiplicaciones y adiciones sencillas.

Muchas funciones más complejas pueden aproximarse mediante polinomios y éstos, pueden servir para realizar diversos cálculos cuando la diferencia entre el valor real de la función y la aproximación polinómica no es significativa. Entre los métodos existentes para aproximar una función mediante polinomios se estudiará la fórmula de Taylor.

Como se puede apreciar en el gráfico N° 2, la recta tangente R es la mejor aproximación lineal a la gráfica de f en las proximidades del punto de tangencia $(x_0, f(x_0))$, la recta que pasa por este punto tiene la misma pendiente o derivada primera que la curva en ese punto, lo que hace que la recta tangente y la curva sean prácticamente indistinguibles en las cercanías del punto de tangencia. Por lo tanto, de todas las rectas que pasan por el punto, la recta tangente R es la que más se parece a la curva f cerca del punto.

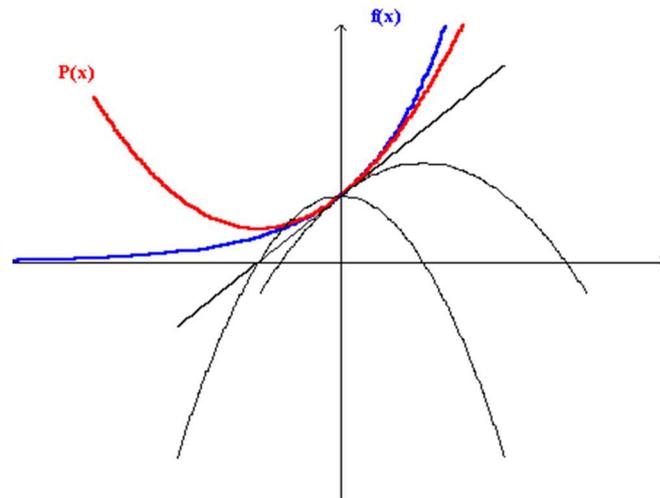
Gráfico N° 2: Aproximación de la recta tangente R a la curva f



Pero si x se aleja de x_0 , este polinomio de primer grado o recta tangente ya no sirve para aproximar, por lo que se puede tratar de encontrar un polinomio de grado dos que permita mejorar este acercamiento.

Si se busca encontrar todas las parábolas que pasan por $(x_0, f(x_0))$, las que mejor aproximan a la curva son las parábolas tangentes.

Gráfico N° 3: Aproximación de la parábola P a la curva f



Estas funciones de grado dos tienen la ecuación de la forma: $P(x) = a + b(x - x_0) + c(x - x_0)^2$. Como esta función cuadrática no es única, es necesario encontrar aquella que: pase por el punto $P(x_0) = f(x_0)$, tenga la misma primera derivada que asegure el crecimiento de la curva $P'(x_0) = f'(x_0)$ y la misma derivada segunda que asegure la concavidad $P''(x_0) = f''(x_0)$.

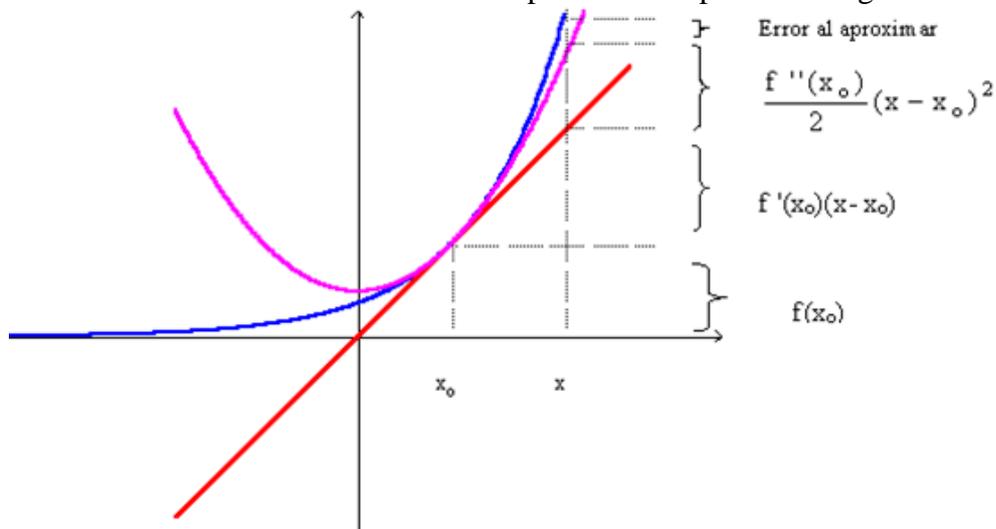
Por lo que $P(x_0) = a$, $P'(x_0) = b$ y $P''(x_0) = 2c$ y se obtiene: $a = f(x_0)$, $b = f'(x_0)$ y $c = \frac{1}{2}f''(x_0)$.

Así la ecuación de la parábola que mejor aproxima a la curva en las proximidades de $(x_0, f(x_0))$, es:

$$P(x) = f(x_0) + f'(x_0) \frac{(x - x_0)}{1!} + f''(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!}$$

En el gráfico N° 4, se observan los tres términos de la expresión de esta parábola tangente. Los dos primeros dan la altura sobre la recta tangente y añadiéndole el tercero da, la altura sobre la parábola tangente. También muestra el tamaño del error cometido.

Gráfico N° 4: Términos de la expresión de la parábola tangente



Por lo que, para valores cercanos a x_0 , se cumplirá que si se aumenta el grado del polinomio se mejora la aproximación a la curva.

A este problema Taylor le dio respuesta demostrando el teorema cuyo enunciado dice:

Sea f una función con derivada finita de orden $(n+1)$ en todos los puntos de un entorno del punto x_0 . Si x es un punto cualquiera de dicho entorno, entonces existe un punto z entre x y x_0 , tal que:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \frac{(x - x_0)}{1!} + f''(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots + f^{(n)}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!} + R_n$$

Es un polinomio de Taylor grado n correspondiente a f en el punto a , más un término complementario de la forma: $R_n = f^{(n)}(z) \frac{(x-x_0)^{n+1}}{(n+1)!}$

Si aplicamos esta fórmula de Taylor para determinar el precio en un momento futuro P_1 en función del factor de riesgo en dicho momento i_1 se tiene:

$$P_1(i_1) = P_0 + P'(i_0) \frac{(i_1 - i_0)}{1!} + P''(i_0) \frac{(i_1 - i_0)^2}{2!} + \dots$$

Estos primeros términos son utilizados en las finanzas y permiten obtener una buena aproximación de los cambios en el precio de un instrumento en relación al factor de riesgo o tasa. En los instrumentos de renta fija las dos primeras derivadas determinan la duración y la convexidad de un bono por lo que se los estudiará a continuación.

Para determinar el precio de un bono ante cambios en la tasa de interés, aplicando la fórmula de Taylor, se utilizan las dos primeras derivadas.

Para encontrarlas, se define primero el precio de un bono como el valor actual de los flujos de fondos que se esperan recibir.

$$P = \sum_{j=1}^n FF_j \cdot (1 + i)^{-j}$$

Donde:

- i = tasa de interés (*yield* o TIR al vencimiento)
- FF_j = flujo de fondos que produce la inversión en el bono
- j = momento donde se produce el flujo

La derivada primera respecto a i : $P'(i)$ mide un cambio en el precio del bono si cambia la tasa de interés o rendimiento requerido. Es decir, mide el efecto de primer orden de un cambio en la tasa de rendimiento.

$$P'(i) = \left[\sum_{j=1}^n FF_j (1 + i)^{-j} \right]'$$

Si se aplica la derivada de una potencia, propiedades de potenciación y multiplicando por P/P se obtiene:

$$P'(i) = \sum_{j=1}^n -j \cdot FF_j \cdot (1 + i)^{-j-1}$$

$$P'(i) = \sum_{j=1}^n -j \cdot FF_j \cdot (1+i)^{-j} \cdot (1+i)^{-1} \cdot \frac{P}{P}$$

Si se saca factor común -1, invirtiendo el factor $(1+i)^{-1}$, y conmutando resulta:

$$P'(i) = - \sum_{j=1}^n \frac{j \cdot FF_j \cdot (1+i)^{-j}}{P \cdot (1+i)} \cdot P$$

Es conveniente definir a esta altura, qué es la Duración y cómo se relaciona con esta última ecuación. La Duración o Macaulay Duration es una medida del “vencimiento promedio del flujo de pagos asociados con un bono” (Alexander, Sharpe y Bailey 2003). También puede ser definida como el promedio ponderado del lapso de tiempo que resta hasta que se hacen los pagos. Su ecuación es:

$$D = \sum_{j=1}^n \frac{j \cdot FF_j \cdot v^j}{P}$$

Donde:

- D = Duración
- j = cantidad de tiempo hasta que se reciben los flujos de fondos
- FF_j (para j variando desde 1 a n) = flujo de fondos que produce la inversión
- v = factor de actualización a la tasa i . También puede escribirse como $(1+i)^{-1}$
- P = precio de mercado

Por otro lado, la Duración se puede considerar como una medida del riesgo (volatilidad) de precio de un bono, es decir, el cambio porcentual en el precio de un bono estará relacionado con su Duración.

Se puede reescribir la formulación de la derivada primera, como sigue:

$$P'(i) = \frac{dP}{di} = - \frac{D}{(1+i)} \cdot P$$

Si la Duración es dividida por $(1+i)$, se la llama Duración Modificada, resulta:

$$Dm = \frac{D}{1+i}$$

Si se reemplaza en la derivada primera se obtiene:

$$P'(i) = \frac{dP}{di} = -Dm \cdot P$$

O sea que el primer sumando de la serie de Taylor, da una idea importante de cuánto sería la variación del precio del bono ante cambios en la tasa de interés. Es común ver esta expresión escrita de la siguiente manera:

$$\frac{dP}{P} = -Dm \cdot di$$

En esta expresión, se puede estimar el cambio del precio del bono ante cambios (preferentemente pequeños) de la tasa de interés. Se ve que el cambio es proporcional, pero no se debe olvidar que proviene de una aproximación polinómica. Por eso se necesitan pequeños cambios de la tasa de interés para que la aproximación sea adecuada.

El concepto de duración es de gran importancia ya que indica el tiempo promedio al vencimiento, ponderando la importancia relativa del valor actual de los servicios respecto al precio del bono. Como ya se anticipó, si la tasa i sube el precio del bono cae por efecto del tiempo al vencimiento. Pero los pagos de cupones son reinvertidos a una tasa mayor aumentando su valor y compensando en parte el efecto negativo de la suba de la tasa de descuento. Otra característica importante es que la Duración (y consecuentemente la Duración Modificada también) indican qué bono sufrirá mayores cambios ante un cambio de tasa de interés, teniendo en cuenta el plazo ponderado remanente de sus flujos de fondos, representado por aquel número. En definitiva, da una idea de la magnitud del riesgo de precio (o tasa de interés) de dicho bono. En particular, la Duración Modificada es, por lo tanto, una medida del riesgo del bono aunque conviene recordar que sólo se utiliza para pequeñas variaciones de tipos de interés.

La Duración es un número único para cada bono que resume todos los factores que afectan la sensibilidad del precio del bono ante cambios en la tasa de interés. La Duración depende de tres variables fundamentales:

- Tiempo hasta el vencimiento.
- La tasa de cupón.
- Rendimiento al vencimiento

Ahora bien, si se analiza el segundo término del segundo miembro de la fórmula de Taylor, surge otro concepto, que se denomina Convexidad.

Matemáticamente cuando una función real, definida sobre un intervalo es convexa el gráfico queda por encima de cada tangente, excepto en el punto de contacto. Las pendientes de las rectas tangentes en cada punto son mayores a medida que las abscisas aumentan, es decir que la derivada primera es creciente, por lo que la derivada segunda es positiva.

Si se calcula la derivada segunda respecto a i $P''(i)$ resulta:

$$P''(i) = \left[\sum_{j=1}^n -j \cdot FF_j \cdot (-j - 1) \cdot (1 + i)^{-j-1-1} \right]'$$

Si se aplica las propiedades de potenciación y multiplicando por P/P se obtiene:

$$P''(i) = \sum_{j=1}^n FF_j \cdot j \cdot (j + 1) \cdot (1 + i)^{-j-2}$$

$$P''(i) = \sum_{j=1}^n FF_j \cdot j \cdot (j + 1) \cdot (1 + i)^{-j-2} \cdot \frac{P}{P}$$

$$P''(i) = \sum_{j=1}^n \frac{FF_j \cdot j \cdot (j + 1) \cdot (1 + i)^{-j-2}}{P} \cdot P$$

Siendo la convexidad:

$$C = \sum_{j=1}^n \frac{FF_j \cdot j \cdot (j + 1) \cdot (1 + i)^{-j-2}}{P}$$

Si $w_j = \frac{FF_j (1+i)^{-j}}{\sum_{j=1}^n FF_j (1+i)^{-j}}$ la convexidad queda:

$$C = \sum_{j=1}^n j \cdot (j + 1) \cdot (1 + i)^{-2} \cdot w_j$$

Donde:

- C = Convexidad
- i = tasa de interés (*yield* o TIR al vencimiento)
- FF_j (para j variando desde 1 a n) = flujo de fondos que produce la inversión
- j = momento donde se producen los flujos.

Según detalla Perotti (2013), para una determinada TIR al vencimiento, un menor cupón significa una mayor convexidad para ese bono. La Convexidad de un bono aumenta a medida que aumenta su Duración. Por ejemplo, los bonos Cero Cupón tendrán siempre la mayor convexidad debido a que tienen un único flujo de fondos y este se produce al vencimiento. La derivada segunda de la curva de rendimientos en el punto actual mide el cambio de la Duración a medida que la tasa cambia.

En resumen, mientras que la derivada primera de la ecuación determina la Duración Modificada, la derivada segunda la convexidad de un bono. La fórmula de la Convexidad aproxima el porcentaje no explicado en el cambio del precio ante cambios en la tasa por la Duración y la Duración Modificada.

La Convexidad es una de las tres formas principales para comparar bonos (junto con la más popular, TIR, y la Duration). Considere dos bonos con Duración y TIR similar, sin embargo uno de ellos tiene mayor Convexidad, por lo tanto los cambios en la tasa los afectarán de forma diferente. Los bonos con mayor convexidad tendrán mayores cambios porcentuales en el precio ante un cambio en la tasa de interés. En escenarios de baja en la tasa de interés como el que atraviesa actualmente (2017) Argentina, por el descenso del riesgo país, los bonos más convexos son precisamente los que más aumento en los precios experimentarán, en este caso, Bonar 2046 (AA46) y Bonos Internacionales 2117 (AC17) serán los que tengan un mayor potencial de rendimiento en el futuro, dado que exhiben la mayor Convexidad.

Cuando solo se considera la Duración Modificada para predecir los cambios porcentuales en el precio antes cambios de la tasa, se están subestimando los verdaderos cambios. Por lo tanto, es

necesario usar la siguiente expresión como medida de ajuste que representa el porcentaje del cambio del precio que no es explicado por la Duración Modificada. ¹

$$\% \text{ no explicado} = 0,5 \times C \times \Delta i^2$$

Donde:

- C = Convexidad
- Δi = cambio en la tasa de interés

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -MD \times \Delta i + \% \text{ no explicado}$$

Este ajuste de la Convexidad aproxima de manera casi perfecta a las variaciones reales en precio del bono ante cambios en la tasa de interés.

5. EL PROCEDIMIENTO DE INMUNIZACIÓN

La administración pasiva da lugar al concepto de inmunización de una cartera de bonos, el cual surge de la necesidad de diseñar carteras que protejan al inversor del riesgo de cambio de precio (o cambio de la tasa de interés). Por lo tanto, se entiende por inmunización de carteras, la posibilidad de armar una cartera (de dos o más bonos), de tal modo que las variaciones de la tasa de interés, más allá de que afecten el valor de sus componentes, no afecten el valor de la cartera en su conjunto, aprovechando la circunstancia de que ante cambios en la tasa de interés, hay un conjunto de valores que varía en un sentido y otro grupo en otro sentido. Dicho más específicamente, ante un crecimiento en la tasa de interés, los precios de los bonos disminuyen, pero el valor de la reinversión de los flujos de fondos aumenta. El efecto es inverso, para baja en la tasa de interés. Estos dos movimientos contrapuestos permiten la posibilidad de buscar una combinación de activos de tal forma que estos movimientos se compensen y la cartera no varíe.

Para poder determinar las proporciones necesarias de una cartera inmunizada ante los cambios de tasa de interés, se utilizará el concepto de Duración de un bono y de una cartera. Además, será muy útil la consideración del concepto de Convexidad de bonos y carteras en el análisis de los efectos.

La inmunización es, sucintamente hablando, una técnica de administración de carteras que permite al administrador cumplir con una cierta cantidad de dinero prometida, para lo cual es necesario realizar una inversión. Lo que se debe buscar es que el plazo de Duración de la cartera (D_p) sea igual al plazo deseado de la inversión. De esta forma, la reinversión de los fondos recibidos y el valor actual de los flujos de fondos a percibir, al momento de la fecha en que se cumple dicha Duración, se compensa, produciendo el mismo valor. Se debe liquidar la cartera a la fecha de la Duración.

Para formar una cartera de bonos que esté protegida ante cualquier variación de las tasas de interés (inmunizada), se deberá tener en cuenta que el horizonte de la inversión sea igual a la

¹ Para una explicación de esta fórmula, véase: Bartolomeo y Segura (2017): *Los conceptos de duración y convexidad y su relación con la inmunización de carteras*.

Duración de una cartera (D_p), que a su vez es el promedio ponderado de las Duraciones de los bonos que la componen.

$$D_p = w_1D_1 + w_2D_2 + \dots + w_nD_n$$

Por lo tanto, para establecer cuál sería la combinación de bonos que inmunice la cartera, se deberá entonces, encontrar una serie de bonos que combinados, reproduzcan la Duración de dicha cartera.

Siguiendo la misma lógica, podría definirse la Convexidad de la cartera como la suma ponderada de las Convexidades de sus bonos. Si bien esto no es estrictamente exacto, se suele considerar esta simplificación, para hablar de convexidad de una cartera. Por lo tanto:

$$C_p = w_1C_1 + w_2C_2 + \dots + w_nC_n$$

Se comienza analizando las posibilidades de combinar dos bonos. La primera condición a considerar es que la suma de las participaciones de los bonos que conforman la cartera inmunizada sea igual a 1. Es decir, se invertirá el 100% de la riqueza en la cartera.

$$\sum_{j=1}^2 w_j = w_1 + w_2 = 1$$

Para resolver los valores de w_1 y w_2 se puede plantear un sistema de ecuaciones. En este caso en particular, se buscarán los valores de las incógnitas, w_1 y w_2 .

$$\begin{cases} D_p = w_1D_1 + w_2D_2 \\ w_1 + w_2 = 1 \end{cases}$$

Para resolver este sistema de ecuaciones y encontrar las proporciones que inmunicen la cartera ante cambios en la tasa de interés en Excel se puede usar la herramienta “Buscar Objetivo”, si la cartera contiene más de dos títulos es necesario usar la herramienta “Solver” de Excel y agregar tantas restricciones como por ejemplo maximizar la Convexidad, maximización del rendimiento (TIR) o predefinir la participación en algunos de los bonos.

6. COMPROBACIÓN DEL PROCESO DE INMUNIZACIÓN

Los cambios en la tasa de interés de mercado producen, como ya se anticipara, un doble efecto, tanto en el precio del bono como en el monto del flujo producido por la reinversión de los fondos recibidos. Estos efectos actúan en contrario. Es decir, cuando el precio del bono baja (valor actual de los flujos de fondos futuros), el de la reinversión sube y viceversa. El aumento de la tasa y la consecuente disminución del precio se conoce como riesgo de precio del bono. Mientras que la disminución de la tasa se denomina riesgo de reinversión. La inmunización neutraliza estos riesgos.

Si se analiza un poco más en detalle la cuestión recién señalada, y se supone un cambio positivo (o subida) de la tasa de interés, se observa que este cambio provocará una disminución en el precio del bono, ya que inversiones de riesgo similar, deben producir dicho rendimiento, y dado que los flujos, por tratarse de un instrumento de renta fija, están ya predeterminados, lo que

queda por variar es el precio (o valor actual de los flujos de fondos prometidos por el bono). Por lo tanto, el precio disminuirá ante incrementos de la tasa de interés. En sentido inverso a este movimiento, la reinversión de los fondos ante aumentos en la tasa de interés, implica flujos de fondos mayores a los que se hubieran producido de no existir dicho cambio.

Ahora bien, estas afirmaciones pueden resolverse analíticamente de la siguiente manera. Si se parte de la premisa de que el valor de la inversión inicial es igual al valor actual del flujo de fondos futuros (ecuación básica del valor ya explicitada), utilizando para la valuación la misma tasa, independientemente del período en el que el flujo de fondos se produzca, podría escribirse:

$$V = \sum_{j=1}^n FF_j v^j \quad (1)$$

Donde:

- V = valor de la inversión inicial
- FF_j (para j variando desde 1 a n) = flujo de fondos que produce la inversión
- v = factor de actualización a la tasa i . También puede escribirse como $(1+i)^{-1}$

Para mayor claridad, se pueden dibujar los flujos de fondos y la inversión inicial en un diagrama unidimensional, como sigue:



Si se aplica la propiedad de escindibilidad del factor de actualización y escindiendo el flujo de fondos en dos grupos (los primeros k y los $n-k$ restantes), se puede dividir la sumatoria en dos sumas de flujos de fondos, de la siguiente forma:

$$V = \sum_{j=1}^k FF_j v^j + v^k \sum_{j=k+1}^n FF_j v^{j-k} \quad (2)$$

Nótese que el segundo sumando del segundo miembro queda multiplicado por v^k , ya que el valor actual de la sumatoria por si sola, está valuada al momento k y la valuación de V se hace en el momento 0.

Si se desea valuar los flujos de fondos en el período k (es decir se fija como fecha de valuación el momento k), se debería multiplicar ambos miembros de la ecuación por $(1+i)^k$; o lo que es lo mismo, multiplicar ambos miembros por v^{-k} :

$$Vv^{-k} = v^{-k} \sum_{j=1}^k FF_j v^j + \sum_{j=k+1}^n FF_j v^{j-k} \quad (3)$$

Si se observa detenidamente esta ecuación, se puede determinar lo siguiente:

El primer miembro de la ecuación Vv^{-k} es la inversión original V , capitalizada por k períodos. Más explícitamente, podría hablarse de $V(1+i)^k$. Esto es, en realidad, el valor final de la inversión en el momento k (VF de la Inversión Inicial).

El primer término del segundo miembro de la ecuación, es en realidad el valor actual (en el momento 0) de los primeros k flujos de fondos, capitalizados por k períodos, ya sea que se use la notación v^{-k} o bien $(1+i)^k$. Esto es el valor final de los primeros k flujos de fondos, a la fecha de valuación k .

El segundo término del segundo miembro de la ecuación, es el valor actual de los últimos $n-k$ flujos de fondos. Esto es el valor actual de esos flujos de fondos valuados en conjunto, a la fecha de valuación k .

Ahora bien, si en la ecuación (3) se expresara la Duración (D) en días y además se consideraran las siguientes fechas relevantes:

- a) Fecha de la duración (FD): fecha en la que se cumple el plazo de la D en días, contados a partir de la fecha de inversión inicial.
- b) Fecha del flujo de fondos: (FFF_j): fecha en que se produce el flujo de fondos j .
- c) d_j = cantidad de días entre FD y FFF_j (Entre la fecha de la Duración y la fecha en que se produce el flujo de fondos). Nótese que para la segunda sumatoria del segundo miembro de la ecuación (4), al ser la fecha del flujo de fondos posterior a la FD , d_j será negativo y el FF_j será actualizado a la tasa i_e y no capitalizado, como ocurre en la primer sumatoria.

Y además, se incorporara:

- d) i_e = tasa de la inversión, o TIR del bono o cartera, como tasa anual.
- e) D = duración expresada en días, contados a partir de la fecha de la inversión inicial.

Adicionalmente, se recuerda que los flujos anteriores al plazo de la Duración son los que van de 1 a k y los posteriores al cumplimiento del plazo de la duración son los que van desde $k+1$ a n . Con todas estas consideraciones, la ecuación 3 podría reescribirse así:

$$V(1 + i_e)^{D/365} = \sum_{j=1}^k FF_j(1 + i_e)^{d_j/365} + \sum_{j=k+1}^n FF_j(1 + i_e)^{d_j/365} \quad (4)$$

Como se puede deducir, el cambio en la tasa i_e no afectaría la ecuación, siempre que se dé “paralelamente”, para todos y cada uno de los plazos de los FF_j . Como se verá más adelante, esta es una de las condiciones fundamentales para que la cartera quede inmunizada. Además, que la tasa sea la misma, cualquiera sea el plazo, implica una estructura temporal de tasas de interés (ETTI) plana.

Si el administrador de una cartera de bonos desea eliminar ambos riesgos, podrá utilizar la tradicional técnica, denominada *inmunización*, cuya fundamentación podría encontrarse, de cierta forma, en la ecuación (4). Mirando exclusivamente el segundo miembro de la ecuación (4), cuando la valuación se hace a la FD (fecha en que se cumple la duración del bono o de la cartera), se produce el equilibrio de los sumandos del segundo miembro de dicha ecuación. Más allá de que el valor de su suma es siempre igual a la reinversión de los fondos V a la TIR correspondiente, lo interesante es observar que ambos sumandos se compensan ante cambios en la tasa de interés i_e . Cuando uno sube el otro baja, por lo tanto, el balanceo de los valores determinados en el segundo miembro se produce, cualquiera sea la tasa. Esto es, embrionariamente, la inmunización de la cartera.

7. INMUNIZACIÓN DE CARTERAS DE DOS BONOS EN EL MERCADO ARGENTINO

7.1. Inmunización y comprobación de una cartera de dos bonos (Cartera 1)

La primera cartera inmunizada contendrá dos bonos soberanos con cotización en el mercado de capitales argentino y su Duración será de 2 años. Se seleccionaron Bono de la Nación Argentina 2019 (Bonar 2019) y el Bono del Tesoro Nacional Con Ajuste Por CER 2021 (Boncer 2021) por su cercanía al horizonte de inversión, es decir, por ser sus respectivas Duraciones similar a la Duración de la cartera y, por lo tanto, al vencimiento del plazo de la inversión.

Tabla N° 1: Bonar 2019

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-106,32
22/10/2017	3,06	0	3,06
22/04/2018	3,06	0	3,06
22/10/2018	3,04	0	3,04
22/04/2019	3,04	100	103,04
<i>TIR</i>			3,55%
<i>Duración</i>			1,53
<i>Duración Modificada</i>			1,49
<i>Convexidad</i>			3,68

Tabla N° 2: Boncer 2021

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-118,64
22/01/2018	1,53	0	1,53
22/07/2018	1,53	0	1,53
22/01/2019	1,53	0	1,53
22/07/2019	1,53	0	1,53
22/01/2020	1,53	0	1,53
22/07/2020	1,53	0	1,53
22/01/2021	1,53	0	1,53
22/07/2021	1,53	122,64	124,17
<i>TIR</i>			3,51%
<i>Duración</i>			3,66
<i>Duración Modificada</i>			3,54
<i>Convexidad</i>			16,29

Tabla N° 3: Flujo conjunto de ambos bonos (Cartera 1)

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-224,96
22/10/2017	3,06	0	3,06
22/01/2018	1,53	0	1,53
22/04/2018	3,06	0	3,06
22/07/2018	1,53	0	1,53
22/10/2018	3,04	0	3,04

22/01/2019	1,53	0	1,53
22/04/2019	3,04	100	103,04
22/07/2019	1,53	0	1,53
22/01/2020	1,53	0	1,53
22/07/2020	1,53	0	1,53
22/01/2021	1,53	0	1,53
22/07/2021	1,53	122,64	124,17

Si se supone que el horizonte de inversión es de 2 años, se deberá buscar la combinación de w_1 y w_2 que produzca una Duración de cartera (D_p) de 2 años. Por lo tanto, se está asumiendo la cartera inmunizada durante ese período.

La solución, independientemente del método que se use es: $w_1 = 0,7781$ y $w_2 = 0,2219$, lo cual significa que se debe invertir el 77,81% del capital en Bonar 2019 y el 22,19% en Boncer 2021.

Los cambios en la tasa de interés de mercado producen, un doble efecto, tanto en el precio del bono como en el monto del flujo producido por la reinversión de los fondos recibidos. Se consideran dos escenarios:

1. Si la tasa aumenta, las pérdidas producidas por la venta de los Boncer 2021 (Duración = 3,66) se compensan con la ganancia de reinvertir los Bonar 2019 (Duración = 1,53).
2. Si la tasa disminuye, la pérdida por reinversión se compensa con la ganancia por venta de los Boncer 2021.

Para demostrar que la cartera de dos bonos, armada en las proporciones indicadas es inmune a los cambios de la tasa de interés se utilizará el siguiente procedimiento.

Primero se aplican las proporciones obtenidas ($w_1 = 0,7781$ y $w_2 = 0,2219$) a los flujos de ambos bonos.

Tabla N° 4: Flujo conjunto de ambos bonos en función de sus participaciones
(Cartera inmunizada 1)

Fecha	Bonar 19	Boncer 21	Flujo Conjunto
05/09/2017	-82,73	-26,32	-109,05
22/10/2017	2,38		2,38
22/01/2018		0,34	0,34
22/04/2018	2,38		2,38
22/07/2018		0,34	0,34
22/10/2018	2,37		2,37
22/01/2019		0,34	0,34
22/04/2019	80,18		80,18
22/07/2019		0,34	0,34
22/01/2020		0,34	0,34
22/07/2020		0,34	0,34
22/01/2021		0,34	0,34
22/07/2021		27,55	27,55
TIR			3,53%

En el segundo paso, se determinan los días que transcurren desde que se genera cada flujo de fondos hasta la fecha de la Duración (FD). Cuando la fecha del flujo de fondos sea posterior a la FD, los días hasta Duración serán negativos.

El tercer paso consiste en comprobar que los valores obtenidos por la reinversión de los flujos de fondos con la TIR sea igual al capital final de la inversión inicial a la TIR. Para lo cual se recuerda la ecuación (4).

$$V(1 + i_e)^{D/365} = \sum_{j=1}^k FF_j(1 + i_e)^{d_j/365} + \sum_{j=k+1}^n FF_j(1 + i_e)^{d_j/365}$$

Los flujos anteriores a la fecha de la Duración son los que van de 1 a k y los posteriores al mismo plazo son los que van desde $k+1$ a n . El primer miembro de la ecuación es la inversión inicial capitalizada. El segundo miembro se descompone en dos términos, el primero es el valor final de los primeros k flujos de fondos, mientras que el segundo término es el valor actual de los últimos $n-k$ flujos de fondos, en ambos casos a la TIR.

Tabla N° 5: Reinversión del flujo de fondos de la cartera inmunizada

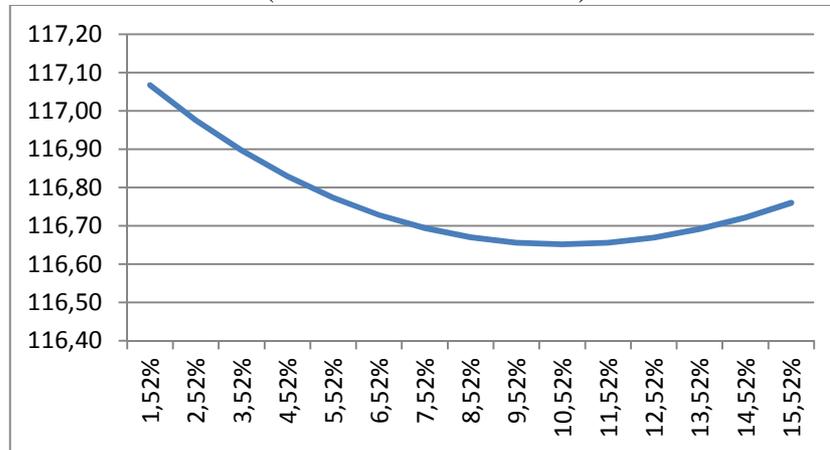
Fecha	Días hasta Duración	Flujo de Fondos	Reinversión
05/09/2017	730		
22/10/2017	683	2,38	2,54
22/01/2018	591	0,34	0,36
22/04/2018	501	2,38	2,50
22/07/2018	410	0,34	0,35
22/10/2018	318	2,37	2,44
22/01/2019	226	0,34	0,35
22/04/2019	136	80,18	81,22
22/07/2019	45	0,34	0,34
22/01/2020	-139	0,34	0,34
22/07/2020	-321	0,34	0,33
22/01/2021	-505	0,34	0,32
22/07/2021	-686	27,55	25,81
Reinversión FF a TIR		116,90	
VF inversión inicial a TIR		116,90	

Por último, se puede observar que el valor de la reinversión de todos los flujos de fondos a la TIR es de 116,90, que equivale exactamente a la inversión inicial capitalizada a la TIR, por 730 días.

Otra forma más confiable de comprobar que la cartera en las proporciones fijadas se encuentra inmunizada es valorar (valor final/actual) la reinversión o el valor actual de los fondos con distintas tasas. Para los bonos seleccionados y en las proporciones que inmunizan la cartera se

observa que ante cambios en la tasa el valor de la reinversión de los flujos (valor de la cartera) se mantiene relativamente constante y por lo tanto se encuentra inmunizada.

**Gráfico N° 5: Relación Tasa – Valor de la cartera
(Cartera inmunizada 1)**



7.2. El riesgo de inmunización

Una alternativa interesante se plantea en el caso de dos carteras compuestas con distintos bonos tomados de a dos. Para que las carteras estén bien diferenciadas, podemos plantear cada una de dichas carteras con distintas estrategias. Supongamos que la cartera 1 se plantea con una estrategia de tipo *Bullet*, es decir, se eligen bonos cuya Duración sea cercana al plazo de vencimiento de la inversión. Por otro lado, la cartera 2 podríamos armarla en función de una estrategia de tipo *Barbell*, es decir, eligiendo duraciones extremas de los bonos. Si elegimos dos bonos, para ambas carteras uno de ellos debería tener una Duración más grande que D_p y el otro una más pequeña. Ambas carteras están inmunizadas, pero uno se podría preguntar cuál es mejor desde el punto de vista de la inmunización, la que plantea una estrategia tipo *Bullet* o *Barbell*? La cartera 1 (*Bullet*) ya fue ejemplificada en el punto anterior, mientras que la cartera 2 (*Barbell*) será desarrollada en el presente apartado para su posterior comparación con la cartera 1.

Para comparar que tan efectivas han sido las inmunizaciones se utilizará el concepto de riesgo de inmunización. Esta expresión, desarrollada por Fong y Vasicek (1984) establece una medida del riesgo de inmunización que mide la varianza de los términos de la cartera respecto al vencimiento de la inversión (horizonte de inversión) ponderando cada diferencia de plazos en función de los flujos de fondos y actualizándolos.

$$\sigma_{pi} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{FF_t(t-H)^2}{(1+i)^t}}{P}$$

Donde:

- σ_{pi} = riesgo de la cartera inmunizada
- i = tasa de interés (*yield to maturity* o TIR al vencimiento)
- H = horizonte de inversión (vencimiento o madurez)
- FF_t = flujo de fondos que produce la inversión

- t = momento donde se producen los flujos
- n = momento en que se produce el último flujo
- P = precio de mercado

Conceptualmente el riesgo de inmunización, es la posibilidad de que la cartera inmunizada no consiga el rendimiento deseado, es una función directa del riesgo de reinversión. De tal manera que si la cartera tiene un bajo riesgo de reinversión su riesgo de inmunización será pequeño y viceversa.

Tabla N° 6: Bonad 2018

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-100
18/09/2017	1,2	0	1,2
18/03/2018	1,2	100	101,2
<i>TIR</i>			4,74%
<i>Duración</i>			0,52
<i>Duración Modificada</i>			0,50
<i>Convexidad</i>			0,28

Tabla N° 7: Bonar 2025

Fecha	Interés	Amortización	Servicio
05/09/2017	-	-	-105
18/10/2017	2,875		2,875
18/04/2018	2,875		2,875
18/10/2018	2,875		2,875
18/04/2019	2,875		2,875
18/10/2019	2,875		2,875
18/04/2020	2,875		2,875
18/10/2020	2,875		2,875
18/04/2021	2,875		2,875
18/10/2021	2,875		2,875
18/04/2022	2,875		2,875
18/10/2022	2,875		2,875
18/04/2023	2,875		2,875
18/10/2023	2,875		2,875
18/04/2024	2,875		2,875
18/10/2024	2,875		2,875
18/04/2025	2,875	100	102,875
<i>TIR</i>			5,36
<i>Duración</i>			6,11
<i>Duración Modificada</i>			5,80
<i>Convexidad</i>			43,99

A continuación, se determinará empíricamente cuál de las estrategias anteriormente planteadas tiene un menor riesgo de inmunización. Para ello será necesario realizar el mismo análisis para una cartera de dos bonos (Cartera 2) siguiendo la estrategia tipo *Barbell*, esta cartera contendrá dos bonos soberanos con cotización en el mercado de capitales argentino y su Duración será de 2 años. Se seleccionaron el Bono de la Nación Argentina *Dollar Linked* 2018 (Bonad 2018) y el Bono de la Nación Argentina 2025 (Bonar 2025) por ser lejanos al horizonte de inversión, es decir, por ser sus respectivas Duraciones son distantes al vencimiento del plazo de la inversión.

Si el horizonte de inversión es de 2 años, se debe invertir el 73,59% del capital en Bonad 2018 y el 26,41% en Bonar 2025 para lograr una cartera inmunizada ante los cambios en la tasa.

Tabla N° 8: Flujo conjunto de ambos bonos en función de sus participaciones
(Cartera inmunizada 2)

Fecha	Bonad 18	Bonar 25	Flujo Conjunto
05/09/2017	-73,54	-27,74	-101,27
18/09/2017	0,88		0,88
18/10/2017		0,76	0,76
18/03/2018	74,47		74,47
18/04/2018		0,76	0,76
18/10/2018		0,76	0,76
18/04/2019		0,76	0,76
18/10/2019		0,76	0,76
18/04/2020		0,76	0,76
18/10/2020		0,76	0,76
18/04/2021		0,76	0,76
18/10/2021		0,76	0,76
18/04/2022		0,76	0,76
18/10/2022		0,76	0,76
18/04/2023		0,76	0,76
18/10/2023		0,76	0,76
18/04/2024		0,76	0,76
18/10/2024		0,76	0,76
18/04/2025		27,17	27,17
TIR			5,25%

Nuevamente, para comprobar que la cartera en se encuentra inmunizada valuamos la reinversión de los fondos con distintas tasas. Para los bonos seleccionados y en las proporciones que inmunizan la cartera se observa que ante cambios en la tasa el valor de la reinversión de los flujos (valor de la cartera) se mantiene relativamente constante y, por lo tanto, se encuentra inmunizada.

Gráfico N° 6: Relación Tasa – Valor de la cartera
(Cartera inmunizada 2)

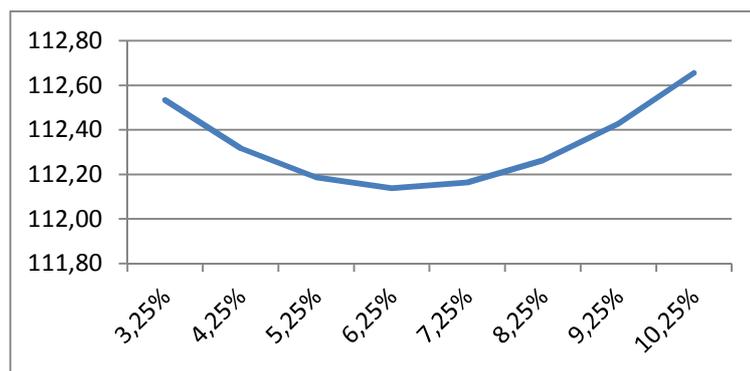


Tabla N° 9: cuadro comparativo estrategias (Duración = 2)

Cartera	Estrategia	Riesgo de inmunización ²	TIR Flujo Conjunto
Cartera 1	<i>Bullet</i>	0,99	3,53%
Cartera 2	<i>Barbell</i>	7,73	5,25%

Como se ha demostrado ambas carteras se encuentran inmunizadas, pero ¿cuál cartera tiene un menor riesgo de inmunización y, por lo tanto, mayor posibilidad de alcanzar el rendimiento deseado? Se observa que la carteta 1 que sigue una estrategia tipo *Bullet* es más apropiada en cuanto a este objetivo. Sin embargo, este objetivo tiene que ser considerado en conjunto con el rendimiento ofrecido por la cartera, en este caso en particular, el menor riesgo de inmunización implica menor TIR y viceversa.

8. INMUNIZACIÓN DE UNA CARTERA DE TRES BONOS

La tercera cartera contendrá tres bonos soberanos y su Duración será de 4 años. Uno de los bonos tendrá una Duración menor, otro bono una mayor y el tercero una cercana a 4. Se seleccionaron a tal efecto el Bono de la Nación Argentina 2020 (Bonar 2020), Bono de la Nación Argentina 2022 (Bonar 2022) y el Bono de la Nación Argentina 2025 (Bonar 2025).

Para inmunizar carteras de más de dos bonos, será necesario agregarle nuevas restricciones al sistema. Se recuerda que se necesitarán tantas ecuaciones como incógnitas se tengan.

Las condiciones previas cuando se trabajaba con carteras de dos bonos eran:

- 1) Que la suma de las participaciones de los bonos que conforman la cartera inmunizada sea igual a 1.
- 2) Que el horizonte de la inversión sea igual a la Duración de una cartera (D_p) que, a su vez, es el promedio ponderado de las Duraciones de los bonos que la componen.

Se deberán incorporar nuevas condiciones como por ejemplo que la Convexidad de la cartera sea la máxima posible, minimizar el riesgo de inmunización, maximizar el rendimiento de la cartera o predefinir el porcentaje de algunas de las participaciones. Este último criterio no es razonable ya que restringe la inversión sobre algunos bonos y la asignación del porcentaje se hace arbitrariamente.

² Ver Anexo para el cálculo del riesgo de inmunización.

Se probó la optimización agregando una a una estas últimas condiciones (maximización de la Convexidad, maximización del rendimiento o TIR de la cartera y minimización del riesgo de inmunización), además de la dos originales, sin embargo en ninguno de los casos las participaciones se modificaron. De alguna forma, el criterio prevalente sigue siendo el de la inmunización. Por ejemplo, cuando se definió como objetivo el mínimo riesgo de inmunización y como restricciones las condiciones 1 y 2, se obtuvieron los mismos porcentajes que cuando el objetivo fue maximizar el rendimiento o la convexidad.

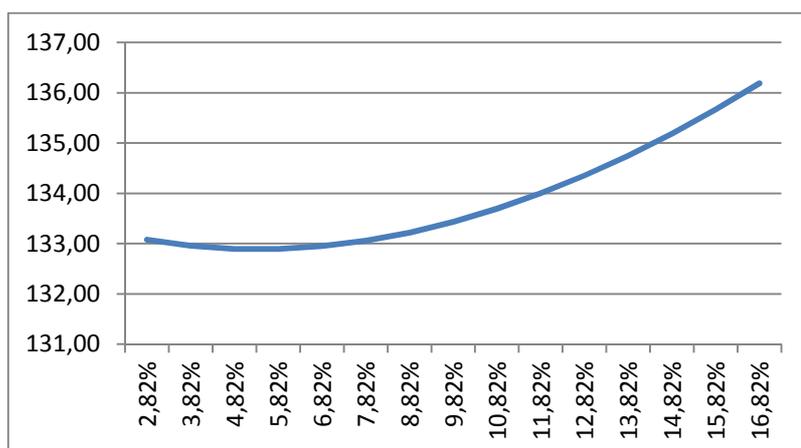
Si el horizonte de inversión es de 4 años, se debe invertir el 54,30% del capital en Bonar 2020, el 11,90% en Bonar 2022 y el 33,80% en Bonar 2025 para lograr una cartera inmunizada ante los cambios en la tasa.

Tabla N° 10: Flujo conjunto de ambos bonos en función de sus participaciones
(Cartera inmunizada 3)

Fecha	Flujo Conjunto	Fecha	Flujo Conjunto
05/09/2017	-110,04	18/04/2020	0,97
08/10/2017	2,17	26/07/2020	0,33
18/10/2017	0,97	08/10/2020	56,49
26/01/2018	0,33	18/10/2020	0,97
08/04/2018	2,17	26/01/2021	0,33
18/04/2018	0,97	18/04/2021	0,97
26/07/2018	0,33	26/07/2021	0,33
08/10/2018	2,17	18/10/2021	0,97
18/10/2018	0,97	26/01/2022	12,19
26/01/2019	0,33	18/04/2022	0,97
08/04/2019	2,17	18/10/2022	0,97
18/04/2019	0,97	18/04/2023	0,97
26/07/2019	0,33	18/10/2023	0,97
08/10/2019	2,17	18/04/2024	0,97
18/10/2019	0,97	18/10/2024	0,97
26/01/2020	0,33	18/04/2025	34,80
08/04/2020	2,17	TIR	4,83%

Se valúa la reinversión de los fondos con distintas tasas. Para los bonos seleccionados y en las proporciones que inmunizan la cartera se observa que ante cambios en la tasa el valor de la cartera se mantiene relativamente constante.

Gráfico N° 7: Relación Tasa – Valor de la cartera (Cartera inmunizada 3)



Para variar los resultados, tratando de buscar una mayor Convexidad, (por ejemplo), deberá variarse el horizonte deseado de inversión. Es decir, si invirtiéramos en tres bonos, con distintas Duraciones y distintas Convexidades y se buscara una cartera inmunizada, con la mayor Convexidad posible, sucederá lo siguiente:

Tabla N° 11: Duración y Convexidad de los 3 bonos

	Duración	Convexidad
Bono 1	2,52	26,62
Bono 2	5,85	82,44
Bono 3	7,00	150,00

Cartera de máxima convexidad	w1	w2	w3	Suma	Duración Cartera	Convexidad aproximada Cartera
1	99,89%	0,00%	0,11%	1,00	2,5200	26,7515
2	98,11%	0,00%	1,89%	1,00	2,6000	28,9524
3	91,42%	0,00%	8,58%	1,00	2,9000	37,2056
4	89,19%	0,00%	10,81%	1,00	3,0000	39,9567
5	78,04%	0,00%	21,96%	1,00	3,5000	53,7121
6	66,89%	0,00%	33,11%	1,00	4,0000	67,4675
7	55,74%	0,00%	44,26%	1,00	4,5000	81,2229
8	44,59%	0,00%	55,41%	1,00	5,0000	94,9783
9	33,45%	0,00%	66,55%	1,00	5,5000	108,7338
10	22,30%	0,00%	77,70%	1,00	6,0000	122,4892
11	11,15%	0,00%	88,85%	1,00	6,5000	136,2446
12	0	0	1	1	7	150

Como se observa, el Bono 2 no ha sido elegido para ninguna de las carteras, todas las combinaciones se dan entre el bono de menor duración/convexidad y el de mayor duración/convexidad. Se recuerda que se busca armar carteras inmunizadas lo más convexas

posibles, suponiendo, por ejemplo, un escenario de baja en la tasa de interés. Por ello, para aumentar la convexidad de la cartera, se deberá necesariamente recurrir a horizontes de inversión más largos, con posibilidades de carteras más convexas. Se recuerda que el solo criterio de la inmunización o de la convexidad no es suficiente para sustentar la inversión. Siempre será necesario sopesar el riesgo asumido con tal tipo de decisión.

9. CONCLUSIONES

La idea original que motivó el presente trabajo era plantear algunas estrategias en el armado de carteras de bonos, teniendo como principal escenario el mercado argentino, con alguna de las emisiones de bonos existentes en el presente (año 2017). Al estudiar previamente la inmunización, se plantearon algunas inquietudes en el sentido de que si era posible mejorar las carteras de bonos, más allá de lo que surge del armado de una cartera inmunizada.

El proceso de inmunización permite armar una cartera que no sea afectada por los cambios en la tasa de interés. Cuando se determinó el valor de la cartera a la fecha deseada (plazo D) y se hace ese plazo igual al de la duración de la cartera (D_p) se está inmunizando el valor de la cartera a ese momento. Dicho de otra forma, el valor de la cartera capitalizando los flujos anteriores o actualizando los posteriores, se compensa ante cambios en la tasa de interés. La compensación es más exacta si los cambios son relativamente chicos. A medida que el cambio es más grande, la curvatura de la relación entre el precio de la cartera y la tasa de interés (o convexidad de la cartera) tiene su influencia.

Se recuerda que la inmunización de las participaciones en carteras, implican una tenencia tal que la variación de la tasa de interés (principal elemento de riesgo en estos portfolios) no produzca cambios significativos en el valor de la cartera al momento de su liquidación (o plazo deseado de inversión). Parecería, a priori, que el criterio de inmunización (en definitiva, de riesgo por variaciones de la tasa de interés) prima en el armado de carteras. Se trató, luego, de combinar la base de una cartera inmunizada con otros criterios que podrían ser deseables en ciertos escenarios. Al combinar una cartera inmunizada tratando de maximizar la convexidad, sigue primando el criterio de inmunización. Para que exista un cambio en la proporción o en el activo elegido, se debería ampliar el horizonte deseado de inversión. Esto daría lugar a nuevas carteras (siempre inmunizadas) con convexidades mayores. Pero si no se ampliara dicho horizonte, la participación en los bonos se mantiene igual. También se trataron otros criterios para modificar la elección de la cartera, pero siempre dentro de un escenario de inmunización. A tal efecto, se consideró el concepto de riesgo de inmunización, este parámetro mide cuál es el grado o posibilidad de que la cartera no cumpla con su valor objetivo al momento de su liquidación. De esta forma y a través de esta idea, si la prioridad del inversor es la seguridad (antes que la rentabilidad), podrá elegirse aquella cartera inmunizada que presente un menor número de riesgo de inmunización. Visto del lado de la rentabilidad y tal cual se observa en la Tabla 9, se podría elegir, de ambas carteras inmunizadas, la que ofrece la mayor TIR, pero siendo conscientes del grado de riesgo que se está asumiendo (en este caso representado por 7,73).

También se trató de observar si había algún criterio que permitiera elegir más bonos (carteras de tres bonos o más) y que implicara una cartera inmunizada con menor riesgo o mayor rentabilidad. Las experimentaciones realizadas no arrojan datos suficientes como para concluir en algo definitivo, restando muchas alternativas por explorar. Además será necesario cuantificar los resultados que producen. No obstante, podría adelantarse que la incorporación de más elementos dentro de una cartera implica aumentar el riesgo de inmunización, ya que se

introdujeron más elementos de variación de plazo que implican necesariamente un aumento en dicho riesgo. Por lo pronto, en primer lugar, podemos concluir que carteras con más bonos no son convenientes, si lo que buscamos es minimizar dicho riesgo. Pero no debe olvidarse que otros criterios (como el de rentabilidad) pueden primar a la hora de invertir y es posible que en esos casos, la única alternativa sea incluir más bonos, que implican más flujos y que irremediablemente aumenten el riesgo de inmunización.

Como se observa, cuando se trata de carteras inmunizadas, se puede combinar el criterio de inmunización con el de rentabilidad o de riesgo de inmunización, eligiendo carteras acorde a los deseos, que de alguna manera cuantifiquen la rentabilidad que se logrará con la cartera seleccionada o el riesgo que implicaría tomar mayor rentabilidad, según sea el caso. Esto no es un dato menor, ya que permitirá tomar una decisión mejor a la hora de invertir en el mercado de bonos.

BIBLIOGRAFÍA

- Alexander, Gordon y Resnik, Bruce (1985). *Using Linear and Goal Programming to Immunize Bond Portfolios*. *Journal of Banking and Finance*, 9, n° 1. Pp. 34-54
- Alexander, Gordon; Sharpe William y Bailey Jeffery (2003). *Fundamentos de inversiones: Teoría y práctica*. 3ra. Ed., Pearson Education, México, 816 pp.
- Bartolomeo, Alejandro y Segura, M. Verónica (2017). *Los conceptos de duración y convexidad y su relación con la inmunización de carteras*. Anales de las XXXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, San Juan.
- Betzuen, Amaia y Betzuen, Amancio (2016). *Análisis de la gestión pasiva de cartera*. Universidad del País Vasco.
- Fabozzi, Frank, Focardi Sergio, Bali Turan (2013). *Mathematical Methods for Finance. Tools for Asset and Risk Management*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Fermo, Germán (17 de agosto de 2017). *El bono bipolar: comprensión de spreads y la convexidad del 2117*. Consultado en: <https://www.cronista.com/columnistas/El-bono-bipolar-compresion-de-spreads-y-la-convexidad-del-2117-20170817-0072.html>
- Fisher, Lawrence y Weil, Roman L. (1971). *Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naïve and Optimal Strategies*. *The Journal of Business*. Vol. 44, n° 4. Pp. 408-431
- Fong y Vasicek O. (1984). *A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization*. *The Journal of Finance*, 39, n° 4. Pp. 1541-1546
- Gitman, Lawrence J. (2003). *Principios de Administración Financiera*. 10ma. Ed., Pearson Education, México, 676 pp.
- Lazatti, Natalia (2001). *Técnicas de inmunización basadas en la duración*. Bolsa de Comercio de Rosario. Programa de Formación 2001.

- Lopez Dumrauff, Guillermo (2012). *Inmunización del rendimiento de un Portafolio de Bonos*. Anales de las XXXIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, Morón, Buenos Aires.
- Mascareñas, Juan (2016). *La gestión pasiva de las carteras de renta fija*. Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas, Madrid, 39 pp.
- Perotti, Estrella (2008). *Las derivadas de los instrumentos de renta fija*. Bolsa de Comercio de Rosario.
- Rabuffetti, Hebe. (1997). *Introducción al análisis matemático*. 14va. Ed. El Ateneo. Buenos Aires.
- Van Horne, James (1997). *Administración Financiera*. 10ma. Ed. Pearson Education, México, 858 pp.

ANEXOS

Anexo N° 1: Riesgo de inmunización cartera 1

Fecha	FF	Días	(t - D)²	FF_t(t - D)²/(1+i)^t
05/09/2017	-109,05			
22/10/2017	2,38	47	3,50	8,30
22/01/2018	0,34	137	2,63	0,88
22/04/2018	2,38	227	1,89	4,43
22/07/2018	0,34	317	1,28	0,42
22/10/2018	2,37	407	0,78	1,78
22/01/2019	0,34	497	0,40	0,13
22/04/2019	80,18	587	0,15	11,64
22/07/2019	0,34	677	0,02	0,01
22/01/2020	0,34	857	0,12	0,04
22/07/2020	0,34	1037	0,70	0,22
22/01/2021	0,34	1217	1,78	0,54
22/07/2021	27,55	1397	3,33	80,55
$\Sigma FF_t(t - D)^2/(1+i)^t$				108,94
Riesgo de inmunización				0,99

Anexo N° 2: Riesgo de inmunización cartera 2

Fecha	FF	Días	(t - D)²	FF_t(t - D)²/(1+i)^t
05/09/2017	-101,27			
18/09/2017	0,88	13	3,86	3,40
18/10/2017	0,76	43	3,54	2,67
18/03/2018	74,47	193	2,16	156,89
18/04/2018	0,76	223	1,93	1,42
18/10/2018	0,76	403	0,80	0,58
18/04/2019	0,76	583	0,16	0,11
18/10/2019	0,76	763	0,01	0,01
18/04/2020	0,76	943	0,34	0,23
18/10/2020	0,76	1123	1,16	0,75
18/04/2021	0,76	1303	2,46	1,56
18/10/2021	0,76	1483	4,26	2,63
18/04/2022	0,76	1663	6,53	3,93
18/10/2022	0,76	1843	9,30	5,45
18/04/2023	0,76	2023	12,55	7,18
18/10/2023	0,76	2203	16,29	9,08
18/04/2024	0,76	2383	20,51	11,15
18/10/2024	0,76	2563	25,22	13,37
18/04/2025	27,17	2743	30,42	562,68
$\Sigma FF_t(t - D)^2/(1+i)^t$				783,09
Riesgo de inmunización				7,73